

## КАЛИБРОВКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОВЕРХНОСТНОГО БАЛАНСА МАССЫ ГОРНОГО ЛЕДНИКА

**О.О. Рыбак<sup>1,2</sup>, Е.А. Рыбак<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Сочинский научно-исследовательский центр РАН, г. Сочи

<sup>2</sup>Филиал Института природно-технических систем, г. Сочи  
o.o.rybak@gmail.com, elena.rybak@gmail.com

**Аннотация.** В статье рассматривается процедура калибровки модели поверхностного баланса массы горного ледника Джанкуат на Центральном Кавказе. Джанкуат является одним из наиболее изученных ледников мира, для которого доступен большой объем данных наблюдений. Это делает Джанкуат идеальным объектом для отработки методик математического моделирования. В основе используемой модели лежит принцип подсчета баланса энергии для бесконечно тонкого поверхностного слоя на поверхности ледника без учета теплообмена с нижележащими слоями льда/фирна. Учитывается приходящая коротковолновая радиация, эффективное излучение, потоки турбулентного тепла, эффект затенения от окружающего рельефа и т. д. Энергетический баланс рассчитывается в узлах 25 м сетки отдельно для «чистой» поверхности и для поверхности, покрытой моренным чехлом. Для калибровки (настройки) был использован реконструированный баланс массы, усредненный за восемь лет для девяти высотных зон. Откалиброванная модель воспроизводит вертикальное распределение поверхностного баланса массы незаморенной поверхности. Результаты расчетов дают основания полагать, что реконструкции завышают реальную скорость подморенного таяния, что может быть важно для прогнозов ледникового стока.

**Ключевые слова:** климат, горный ледник, математическая модель, численный эксперимент, баланс массы, моренный чехол, ледниковый сток

### 1. Введение

Полная динамическая модель ледникового щита в качестве ключевого компонента включает суб-модель (далее просто – модель) баланса массы. Ее настройка (калибровка) – один из основных этапов при подготовке прогностических численных экспериментов [1]. Поверхностный баланс массы горного ледника, по сути дела, разность между приходом и расходом массы на его поверхности, зависит от большого числа трудно формализуемых процессов энергообмена, характеристики которых к тому же далеко не всегда известны или известны лишь в общих чертах. Для того чтобы модель удовлетворительно воспроизводила наблюдаемый баланс массы, необходима соответствующая настройка ряда модельных параметров. На этапе калибровки приходится сталкиваться с двумя основными проблемами. Во-первых, относительно длительные наблюдения (одно-два десятилетия) за снегонакоплением и таянием на поверхности горных ледников (исходные данные для расчета баланса массы) ведутся на крайне ограниченном количестве ледников. Например, на российской части Кавказа длительные регулярные наблюдения проводятся на ледниках Джанкуат (с 1967 по настоящее время) и Гарабаши (с 1982 по настоящее время). Еще приблизительно на десятке ледников Кавказа в 60–80 годы 20-го века исследования проводились либо эпизодически, либо в форме относительно коротких серий наблюдений.

Во-вторых, в нашем распоряжении есть довольно ограниченный объем метеорологической информации, необходимой для расчета приходной и расходной частей баланса массы. К примеру, на северном склоне Центрального и Западного Кавказа длительные регулярные наблюдения, которые могут быть использованы для целей реконструкций или прогноза, проводятся на трех сетевых метеостанциях – Клухорский перевал, Терскол и Местиа. Относительно регулярные наблюдения в летние месяцы проводятся с 2007 г. с помощью автоматической метеостанции (АМС) на леднике Джанкуат. Сопоставление данных сетевых метеостанций с данными АМС дает возможность построить ряды климатического форсинга для конкретного ледника [2]. К сожалению, на других ледниках региона использование АМС носит гораздо более эпизодический характер. В настоящей статье рассмотрены некоторые вопросы калибровки математической модели горного ледника, которую мы выполнили по изложенным выше причинам для ледника Джанкуат на Центральном Кавказе.

Джанкуат это уникальный природный объект с точки зрения обилия длительных и комплексных наблюдений. По своим морфометрическим и прочим характеристикам ледник Джанкуат (рис. 1) можно считать типичным для Центрального Кавказа [3, 4]. Его площадь – 2,7 кв. км [3], площадь поверхностной морены (моренного чехла) на нем по данным на 2010 г. – несколько больше 0,3 км<sup>2</sup> [4].

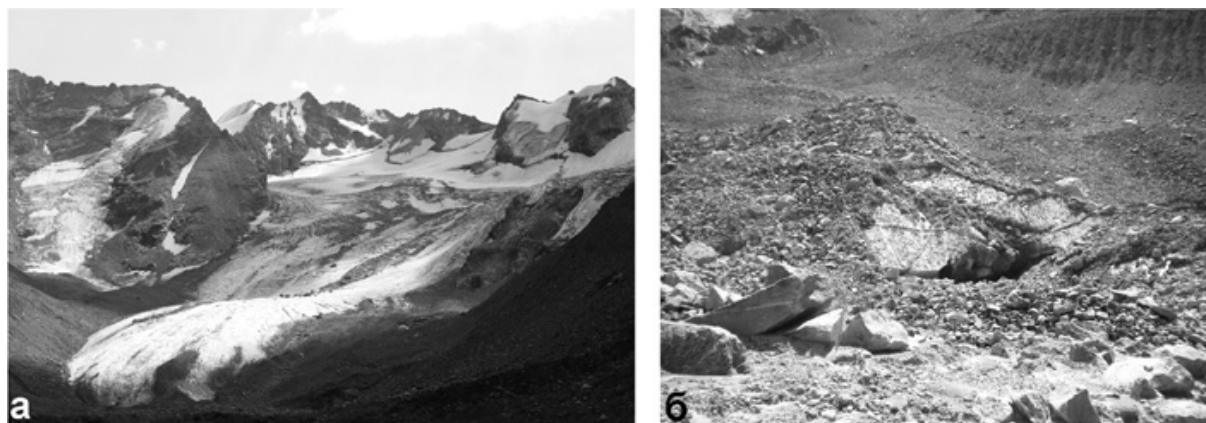


Рис. 1. Ледник Джанкуат: общий вид со стороны языковой части (а), область в приязыковой части, покрытая моренным чехлом (б).

## 2. Модель поверхностного баланса массы

Модель поверхностного баланса массы является составной частью динамической модели ледникового щита [5]. Фактически, модель состоит из двух основных блоков – климатического и масс-балансового (рис. 2). В основе алгоритмов этих блоков лежит идея энер-

гетического баланса на поверхности ледника, который посредством подсчета энергии, доступной для таяния, связывается с поверхностным балансом массы [6]. Поскольку алгоритмы расчетов достаточно подробно рассмотрены в опубликованных работах [5–7], ниже приводятся лишь самые необходимые сведения.



Рис. 2. Блок-схема математической модели.

Поля приземной температуры воздуха и осадков рассчитываются, исходя из поступающей из климатического блока соответствующих данных. В настоящей версии масс-балансового блока (3) теплообмен в толще снежно/фирнового слоя и в теле ледника не рассматривается. Теплообмен с атмосферой рассчитывается для бесконечно тонкого слоя (скин-слоя). Считается, что температура этого тонкого поверхностного слоя льда совпадает с приземной температурой воздуха, но не может быть выше температуры таяния. Длинно-

волновое (эффективное) излучение рассчитывается по формуле Брента с поправкой на облачность. Альbedo поверхности определяется, исходя из альbedo льда и снега с учетом толщины снежного покрова. Поскольку потоки турбулентного явного и скрытого тепла над поверхностью снега/льда не вносят значительного вклада в энергетический баланс [8], для их расчета используется упрощенный метод расчета только для области таяния [9]. Напротив, теплообмен участков ледника, находящихся под слоем обломочного мате-

риала, в значительной степени определяется потоками турбулентного тепла. Последние рассчитываются по аэродинамическим (bulk) формулам, следуя, в целом, методике, изложенной в [10].

Годовой баланс массы на поверхности ледника за один модельный год, выражается как разность между аккумуляцией и стоком. Аккумуляция рассчитывается как сумма выпавших твердых осадков, из которой вычитается количество влаги, испарившейся с поверхности. Для испарения доступна только вода в жидкой фазе – талая вода и жидкие осадки и только в зоне абляции. При расчете аккумуляции учитывается влияние метелевого переноса снега над ледником, потенциальное увеличение количества осадков из-за особенностей микроциркуляции атмосферы и лавинное питание [2] на основе оценок [11, 12]. Величина стока складывается из массы растаявшего снега и льда, которая уменьшается на количество вторично замерзшей воды [13–15]. Считается, что вся талая вода либо повторно замерзает в течение тех же суток, когда имело место таяние, либо удаляется из верхнего слоя снега/фирна, то есть считается стоком.

Механизмы, определяющие энергетический баланс на «чистых» и заморенных участках ледника, существенно различаются. В первую очередь, это связано со свойствами самого моренного материала. Речь, прежде всего, идет об альбедо поверхности, характерные значения которого у материала, слагающего моренный чехол, в несколько раз ниже, чем альбедо льда. Это приводит к повышенному, по сравнению со льдом, количеству поглощенной коротковолновой солнечной радиации. Существенную роль играют также большая плотность, наличие пористости и т.д. [16, 17]. В настоящей версии модели для расчета скорости таяния под моренным чехлом решается одномерное уравнение теплопроводности [7, 10] с учетом характерных для обломочного материала Джанкуата свойств горных пород [16].

Размер всей области для расчетов  $2700 \times 4200$  м (несколько больше, чем область  $2700 \times 3000$  м на рис. 3). Помимо самого ледника, область охватывает окружающую территорию, поле высоты рельефа на которой необходимо для расчета затенения. Все расчеты проводились в узлах сетки с пространственным шагом 25 м в подобласти, покрытой льдом. Временной шаг для расчета солнечной радиации, потоков тепла и скорости таяния – 1 час, остальных переменных – 1 сутки. Стационарное состояние достигается за 9–10 модельных лет после стабилизации положения снеговой линии. В качестве климатического форсинга использовались среднесуточные значения температуры на метеостанции Джанкуат и суточные суммы атмосферных осадков на метеостанции Мestia (Грузия). Обе станции находятся в относи-

тельной близости от ледника. Исходные данные были осреднены за 1999/2000–2008/2009 балансовые года. Для приведения данных к условиям ледника использовалась методика, разработанная в [2].

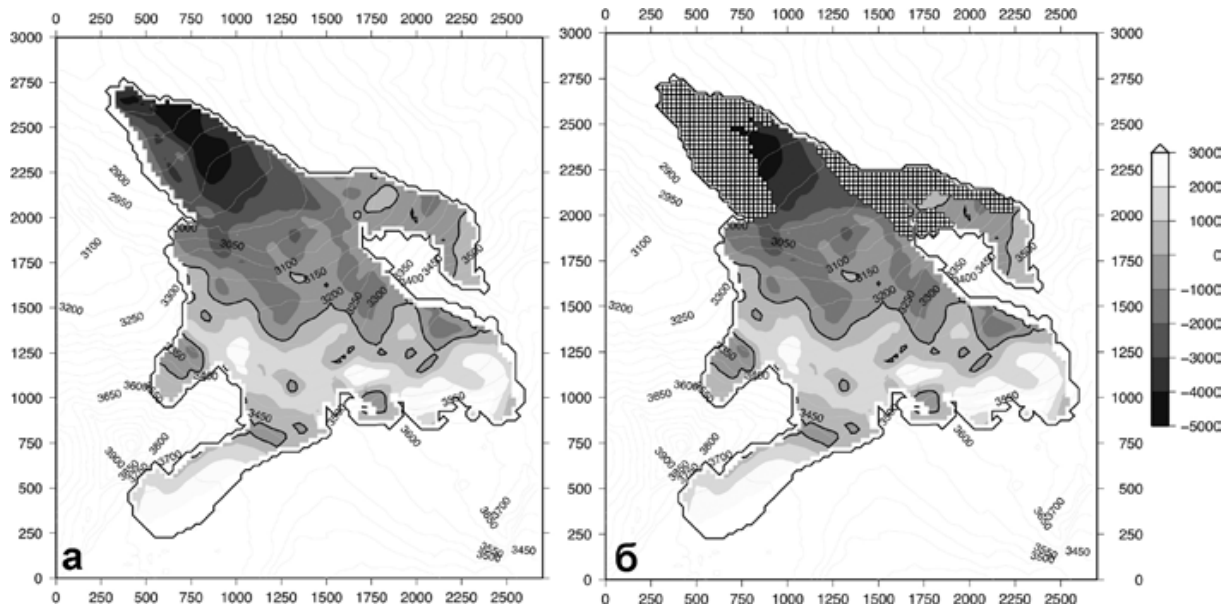
### 3. Калибровка модели баланса массы

Подбор ключевых модельных параметров, определяющих величины компонентов баланса массы на поверхности ледника Джанкуат осуществлялся на основе сравнения модельных величин с реконструированными [18]. Мы намеренно используем термин «реконструированными», а не «наблюденными». Во-первых, поверхностный баланс массы ледника Джанкуат рассчитывался как разность между зимним балансом (аккумуляцией), определяемой на основе снегомерных съемок и толщины зимнего слоя снега в немногочисленных шурфах, и летним балансом – величиной стаявшего льда по данным достаточно густой сети абляционных реек. Расчетные поля строились с применением методов интерполяции и экстраполяции на участки, не охваченные наблюдениями (рис. 3).

Во-вторых, с учетом большой междугодовой изменчивости, для калибровки модели применялось поле баланса, построенное путем осреднения за 1999/2000–2006/2007 балансовые годы (балансовый год начинается 1 октября и заканчивается 30 сентября). Выбор периода осреднения обусловлен тем, что регулярные поля рассчитывались до 2007 г. включительно, а входящие метеорологические данные имели минимальное количество пробелов в наблюдениях в 1999–2009 гг.

Вследствие осреднения, поле баланса сглажено в пространстве с минимальными отметками менее  $-5000$  мм/год в.э. (в водном эквиваленте) (рис. 3а) и максимальными более  $3000$  мм/год в.э. (на Джантуганском плато). Скорость таяния под моренным чехлом определялась в соответствии с рекомендациями [16], которые, согласно нашим расчетам, несколько ее превышали.

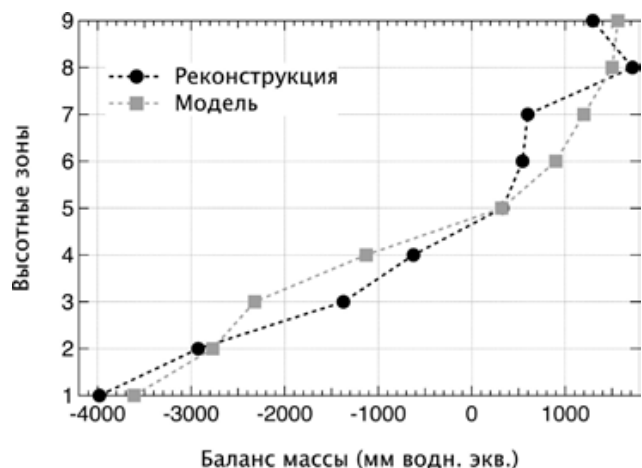
В связи с этим для сравнения модельных результатов и реконструированных данных нами была использована область, свободная от моренного чехла (рис. 3б). Очевидно, что при таком подходе возможности для сравнения уменьшаются, особенно в приязыковой области, фактически полностью покрытой обломочным материалом. Толщина моренного чехла (данные по состоянию на 2010 г.) предполагает исключительно экранирующую роль поверхностной морены, поскольку ее толщина в узлах пространственной сетки превышает критическую величину 2–6 см, которая является верхней границей толщины слоя, ниже которого моренный чехол играет роль усорителя таяния [16, 17, 19].



**Рис. 3.** Поверхностный баланс массы ледника Джанкуат, осредненный для периода времени 1999/2000–2006/2007 балансовых годов (мм в.э.) по данным реконструкций [18]: без маски моренного чехла (а), с наложенной маской моренного чехла (б). Боковая оцифровка – в метрах от условной нулевой точки. Серыми линиями показаны изолинии высоты (м над у.м.).

В предварительных экспериментах нами было установлено, что модель особенно чувствительна именно к таким параметрам, как альbedo снега и льда, прозрачность атмосферы, соотношение между прямой и рассеянной радиацией, вертикальный градиент приземной температура воздуха. Поэтому для получения максимально близких, осредненных по 100-метровым высотным зонам, модельных результатов к осредненным по тем же высотным зонам реконструированным данным в численных экспериментах нами подбирались соответствующие значения этих ключевых модельных параметров.

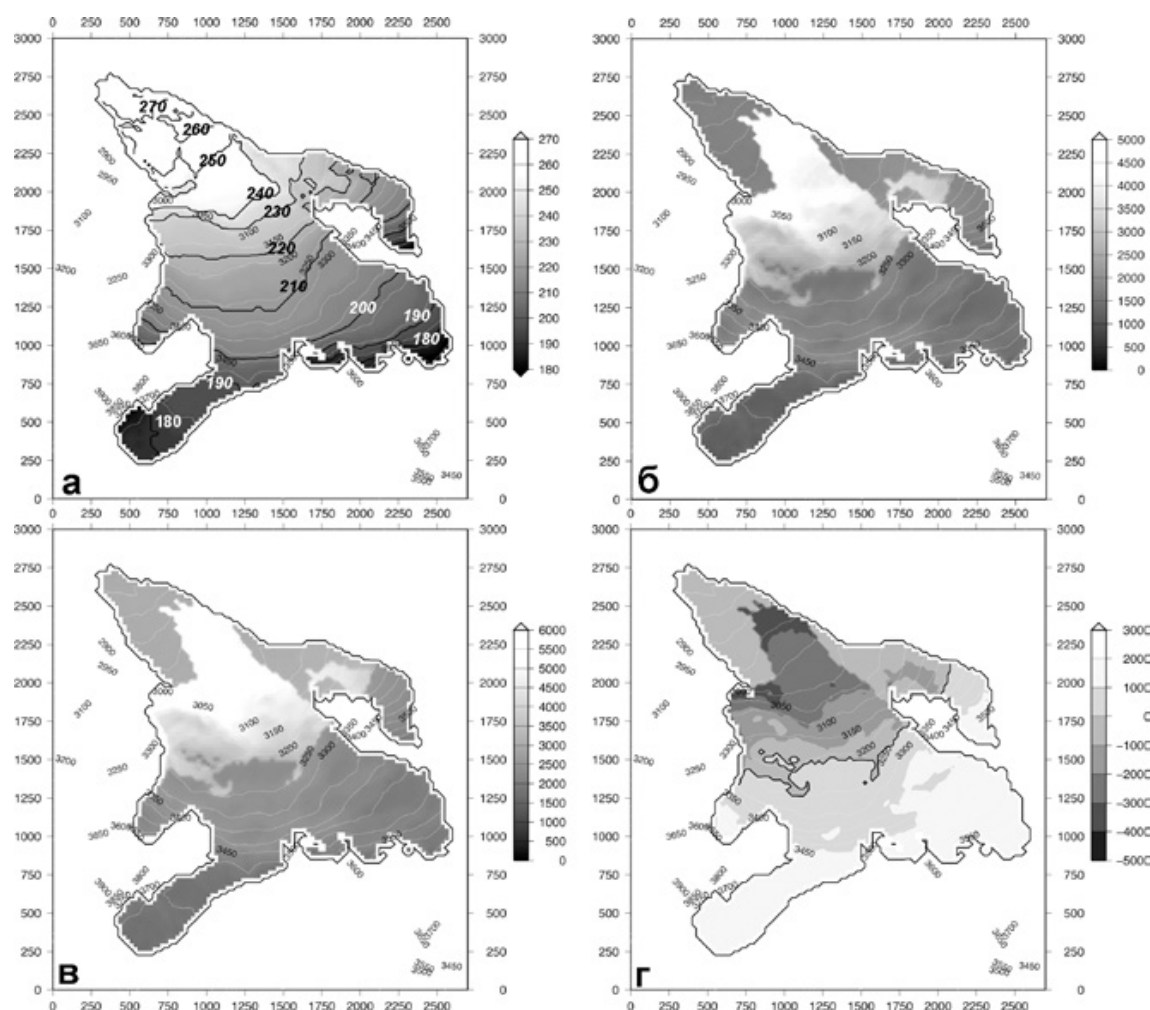
После проведения серии численных экспериментов нами были рассчитаны значения поверхностного баланса массы в узлах пространственной сетки, которые впоследствии усреднялись по площади по 100-метровым высотным зонам (2800–2900 м 1-я зона на рис. 4, выше 3600 м – 9-я зона). Сопоставление модельных расчетов с результатами аналогичного осреднения реконструированных полей (см. выше), свидетельствует о том, что модель (в рамках вполне реалистического подбора настраиваемых параметров) в целом адекватно воспроизводит реконструированные значения. В особенности это относится к высотным зонам 1, 2, 5 и 8. Поскольку настройка осуществлялась только в области «чистого» льда, очевидно, что такой макропоказатель, как модельный удельный баланс массы ледника может отличаться от реконструированного именно за счет разности в оценках скорости таяния под моренным чехлом.



**Рис. 4.** Поверхностный баланс массы по высотным зонам (см. текст) на участках, свободных от моренного чехла (мм в. э.), реконструированный и модельный.

#### 4. Расчетные поля компонентов поверхностного баланса массы: обсуждение и заключительные замечания

Некоторые полученные в результате расчетов характеристики показаны на рис. 5. Интересно отметить, что эпизоды таяния (хотя бы на протяжении одного часа в сутки) в течение полугода прогнозируются даже в самой высокой зоне (рис. 5а). По направлению к приязыковой области количество дней с абляцией естественно возрастает. Экранирующее влияние моренного чехла сказывается на существенном снижении скорости таяния и стока на 20–60 % (рис. 5б,в).



**Рис. 5.** Результаты расчетов: количество дней в году с таянием льда на поверхности (а), скорость таяния (б), поверхностный сток (в), поверхностный баланс массы (г); жирной черной линией на (г) обозначена граница между областями аккумуляции и абляции; величины на б-г приведены в мм в.э. /год. Остальные обозначения как на рис. 3.

В целом по леднику, учет экранирующей роли поверхностной морены позволяет уточнить прогноз ледникового стока на 9–10 %. Сокращение скорости таяния из-за экранирующей роли моренного чехла, полученное в настоящей работе, сопоставимо с результатами других исследований. В частности, в [20] утверждается, что годовая сумма абляции на заморененных участках ледника Джанкуат сокращается на 26 %. Эта оценка вполне соответствует подморенному таянию на правом рукаве ледника, но несколько ниже, чем в прифронтальной части.

Оценки, сделанные в [21], более близки к нашим: годовая абляция под заморененными участками сокращается на 25–30 % по сравнению с «чистыми», а абляция в поздний летний период, когда исчезает весь сезонный снежный покров, – на 30–40 %. Положение снеговой линии (рис. 5г) в целом следует изолиниям высоты поверхности, что несколько отличается от реконструкции (рис. 3а). Заметим, что поля баланса массы в нижней части ледника,

полученные в модели и в реконструкциях, имеют существенные различия. Несмотря на присутствие обломочного материала на поверхности ледника в прифронтальной части, скорость поверхностного таяния, согласно реконструкциям, меняется незначительно по сравнению с модельными расчетами. На наш взгляд, это может свидетельствовать о том, что оценки реконструкций завышают скорость подморенного таяния, что, в конечном итоге несколько искажает ключевую величину удельного баланса массы ледника.

*Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований Президиума РАН №52 «Обеспечение устойчивого развития Юга России в условиях климатических, экологических и техногенных вызовов» (подпрограмма «Освоение ресурсного потенциала, удержание лидерских позиций и обеспечение безопасности Черноморско-Каспийского региона на основе экосистемных принципов»).*

**Список литературы**

1. *Rybak O.O., Rybak E.A.* Model-based calculations of surface mass balance of mountain glaciers for the purpose of water consumption planning: focus on Djankuat Glacier (Central Caucasus) // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2018. V. 107. doi:10.1088/1755-1315/107/1/012041.
2. *Рыбак О.О., Рыбак Е.А.* Применение данных сетевых метеорологических станций для расчета баланса массы ледников (на примере ледника Джанкуат, Центральный Кавказ) // Системы контроля окружающей среды. Севастополь: ИПТС. 2017. Вып. 9 (29). С. 100–108.
3. *Лаврентьев И.И., Кутузов С.С., Петраков Д.А. и др.* Толщина, объем льда и подледный рельеф ледника Джанкуат (Центральный Кавказ) // Лед и Снег. 2014. Т. 54. № 4. С. 7–19. doi: <http://dx.doi.org/10.15356/2076-6734-2014-4-7-19>.
4. *Коновалов В.Г.* Моделирование и реконструкция параметров речного стока и баланса массы ледников на Северном Кавказе // Лед и снег. 2014. Т. 54. №3. С. 16–30. doi: <http://doi.org/10.15356/2076-6734-2014-3-16-30>.
5. *Рыбак О.О., Рыбак Е.А., Кутузов С.С. и др.* Калибровка математической модели динамики ледника Марух, Западный Кавказ // Лед и снег. 2015. Т. 55. № 2. С. 9–20.
6. *Nemec J., Huubrechts P., Rybak O., Oerlemans J.* Reconstruction of the surface mass balance of Morteratschgletscher since 1865 // Annals of Glaciology. 2009. V. 50. P. 126–134.
7. *Рыбак О.О., Рыбак Е.А.* Расчет скорости таяния участков горного ледника, покрытых моренным чехлом // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2017. – №09(133). – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2017/09/pdf/78.pdf>.
8. *Волошина А.П.* Метеорология горных ледников // Материалы гляциологических исследований. 2002. Вып. 92. С. 3–148.
9. *Braithwaite R.J., Olesen O.B.* A simple energy-balance model to calculate ice ablation at the margin of the Greenland ice sheet // Journal of Glaciology. 1990. V. 36. P. 222–228.
10. *Reid T.D., Brock B.W.* An energy-balance model for debris-covered glaciers including heat conduction through the debris layer // Journal of Glaciology. 2010. V. 56 (199). P. 903–916.
11. *Голубев Г.Н., Дюргеров М.Б., Маркин В.А. и др.* Ледник Джанкуат (Центральный Кавказ). Водно-ледовый и тепловой баланс горноледниковых бассейнов. Л.: Гидрометеиздат, 1978, 183 с.
12. *Поповнин В.В., Пылаева Т.В.* Лавинное питание ледника Джанкуат // Лед и Снег. 2015. № 2 (130). С. 21–32.
13. *Janssens I., Huubrechts P.* The treatment of meltwater retention in mass-balance parameterizations of the Greenland ice sheet // Annals of Glaciology. 2000, V. 31, p. 133–140.
14. *Oerlemans J.* The mass balance of the Greenland ice sheet: sensitivity to climate change as revealed by energy-balance modeling // The Holocene, 1991, V. 1, p. 40–49.
15. *Reijmer C.H., van den Broeke M.R., Fettweis X. et al.* Refreezing on the Greenland ice sheet: a comparison of parameterizations // The Cryosphere, 2012, V. 6, p. 743–762.
16. *Божинский А.Н., Красс М.С., Поповнин В.В.* Роль моренного чехла в теплофизике горных ледников // Материалы гляциологических исследований. 1985. Вып. 52. С. 31–46.
17. *Поповнин В.В., Резепкин А.А., Тиелидзе Л.Г.* Разрастание поверхностной морены на языке ледника Джанкуат за период прямого гляциологического мониторинга // Криосфера Земли. 2015. Т. 19. № 1. С. 89–98.
18. *Пастухов В.Г.* Полный массообмен ледника Джанкуат. Дипломная работа. Москва: МГУ им. М.В. Ломоносова, географический факультет, кафедра криолитологии и гляциологии, 2011, 150 с.
19. *Østrem G.* Ice melting under a thin layer of moraine and the existence of ice cores in moraine ridges // Geografiska Annaler, Series A. 1959. V. 31. P. 228–230.
20. *Lambrecht A., Mayer C., Hagg W. et al.* A comparison of glacier melt on debris-covered glaciers in the northern and southern Caucasus // The Cryosphere. 2011. V. 5. P. 525–538.
21. *Pelto M.* Mass balance of adjacent debris-covered and clean glacier ice in the North Cascades, Washington // IAHS Publ. 2000. V. 264. P. 35–42.

## CALIBRATION OF A SURFACE MASS BALANCE MATHEMATICAL MODEL OF A MOUNTAIN GLACIER

O.O. Rybak<sup>1,2</sup>, E.A. Rybak<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Sochi Research Center of RAS, Sochi

<sup>2</sup>Branch of Institute of Natural and Technical Systems, Sochi

E-mail: o.o.rybak@gmail.com, elena.rybak@gmail.com

**Abstract.** In the paper, we consider calibration of a surface mass balance model of Djankuat Glacier in the Central Caucasus. Djankuat is one of the most well-studied glaciers in the world with plenty of observational data available. Therefore, it is a reasonable object for modeling. The model is based on the principle of energy balance calculation for the skin layer on the surface of the glacier with no heat exchange with underlying snow/ice layers. It takes into account incoming short-wave solar radiation, effective radiation, turbulent fluxes, shading from surrounding relief etc. Energy balance is calculated separately for debris-free and debris-covered areas in the gridpoints of a 25-m spatial grid. For model calibration (tuning) we used reconstructed mass balance averaged over eight years also averaged over nine elevational zones. Being tuned, our model reproduces vertical distribution of surface mass balance of debris-free areas. We found that sub-moraine melting could be somewhat less in reality compared to reconstructions. The latter could be an important issue for glacial run-off predictions.

**Key words:** climate, mountain glacier, mathematical model, numerical experiment, mass balance, debris, glacial run-off

### References

1. Rybak O.O., Rybak E.A. Model-based calculations of surface mass balance of mountain glaciers for the purpose of water consumption planning: focus on Djankuat Glacier (Central Caucasus) // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2018. V. 107. doi:10.1088/1755-1315/107/1/012041 (in English).
2. Rybak O.O., Rybak E.A. Implementation of observations at regular meteorological stations for mass balance calculation of mountain glaciers (case study of Djankuat glacier, Central Caucasus) // Systemy kontrolya okruzhajushej sredy. Sevastopol: IPTS. 2017. No. 9(29). P. 100–108 (in Russian)
3. Lavrentiev I.I., Kutuzov S.S., Petrakov D.A. et al. Ice thickness, volume and subglacial relief of Djankuat Glacier (Central Caucasus). Liod i Sneg. 2014. V. 54. No. 4. P. 7–19. doi: <http://dx.doi.org/10.15356/2076-6734-2014-4-7-19> (in Russian).
4. Konovalov V.G. Simulation and reconstruction of parameters of streamflow and glacier mass balance in the Northern Caucasus // Liod i Sneg. 2014. V. 54. No. 3. P. 16–30. <http://doi.org/10.15356/2076-6734-2014-3-16-30> (in Russian).
5. Rybak O.O., Rybak E.A., Kutuzov S.S. et al. Calibration of a mathematical model of Marukh Glacier, Western Caucasus // Liod i Sneg. 2015. V. 55. No. 2. P. 9–20 (in Russian).
6. Nemec J., Huybrechts P., Rybak O., Oerlemans J. Reconstruction of the surface mass balance of Morteratschgletscher since 1865 // Annals of Glaciology. 2009. V. 50. P. 126–134 (in English).
7. Rybak O.O., Rybak E.A. Calculation of melting rate of debris-covered areas of a mountain glacier // Politematicheskij setevoy elektronny nauchny zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta (Nauchny zhurnal KubGAU) [Electronic Resource]. – Krasnodar: KubGAU, 2017. – №09(133). – Accessible at: <http://ej.kubagro.ru/2017/09/pdf/78.pdf> (in Russian).
8. Voloshina A.P. Meteorology of mountain glaciers // Materialy Gliatsiologicheskikh issledovanij. 2002. No. 92. P. 3–148 (in Russian).
9. Braithwaite R.J., Olesen O.B. A simple energy-balance model to calculate ice ablation at the margin of the Greenland ice sheet // Journal of Glaciology. 1990. V. 36. P. 222–228 (in English).
10. Reid T.D., Brock B.W. An energy-balance model for debris-covered glaciers including heat conduction through the debris layer // Journal of Glaciology. 2010. V. 56 (199). P. 903–916 (in English).
11. Golubev G.N., Dyurgerov M.B., Markin V.A. et al. Lednik Djankuat (Tsentralny Kavkaz). Vodnolednokovy i teplovoj balance gornolednikovyh bassejnov [Djankuat Glacier (Central Caucasus). Water, ice and heat balance of mountain glacier basins]. Leningrad: Gidrometeizdat, 1978, 183 pp. (in Russian).
12. Popovnin V.V., Pylayeva T.V. Avalanche feeding of the Djankuat Glacier // Liod i Sneg. 2015. V. 55. №2. P. 21–32 (in Russian).
13. Janssens I., Huybrechts P. The treatment of meltwater retention in mass-balance parameterizations of the Greenland ice sheet // Annals of Glaciology. 2000. V. 31. P. 133–140 (in English).
14. Oerlemans J. The mass balance of the Greenland ice sheet: sensitivity to climate change as revealed by energy-balance modeling // The Holocene. 1991. V. 1. P. 40–49 (in English).
15. Reijmer C.H., van den Broeke M.R., Fettweis X. et al. Refreezing on the Greenland ice sheet: a comparison of parameterizations // The Cryosphere. 2012. V. 6. P. 743–762 (in English).
16. Bozhinsky A.N., Krass M.S., Popovnin V.V. The role of debris cover in mountain glaciers' teplophysics // Materialy Gliatsiologicheskikh issledovanij. 1985. No. 52. P. 31–46. (in Russian).

17. *Popovnin V.V., Rezepkin A.A., Tielidze L.G.* Superficial moraine expansion on the Dzhankuat Glacier snout over the direct glaciological monitoring period // *Kriosfera Zemli*. 2015. V. 19. No. 1., P. 89–98. (in Russian).
18. *Pastukhov V.G.* Polny massobmen lednika Djankuat [Full mass exchange of Djankuat Glacier]. Diploma Paper. Moscow: Lomonosov Moscow State University, Department of Geography, Faculty of cryolithology and glaciology, 2011, 150 pp. (in Russian).
19. *Østrem G.* Ice melting under a thin layer of moraine and the existence of ice cores in moraine ridges // *Geografiska Annaler, Series A*. 1959. V. 31. P. 228–230 (in English).
20. *Lambrecht A., Mayer C., Hagg W. et al.* A comparison of glacier melt on debris-covered glaciers in the northern and southern Caucasus // *The Cryosphere*. 2011. V. 5. P. 525–538 (in English).
21. *Pelto M.* Mass balance of adjacent debris-covered and clean glacier ice in the North Cascades, Washington // *IAHS Publ.* 2000. V. 264. P. 35–42 (in English).