

## РАВНОВЕСНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ ЛЕДНИКА ДЖАНКУАТ В РАЗНЫХ КЛИМАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

О.О. Рыбак<sup>1,2</sup>, Е.А. Рыбак<sup>1,2</sup>, И.А. Корнева<sup>2,3</sup>, П.А. Морозова<sup>4</sup>, В.В. Поповнин<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Сочинский научно-исследовательский центр РАН, г. Сочи

<sup>2</sup>Филиал Института природно-технических систем, г. Сочи

*E-mail: o.o.rybak@gmail.com, elena.rybak@gmail.com*

<sup>3</sup>Институт глобального климата и экологии Росгидромета и РАН, г. Москва

*E-mail: comissa@mail.ru*

<sup>4</sup>Институт географии РАН, г. Москва

*E-mail: morozova\_polina@mail.ru*

<sup>5</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, г. Москва

*E-mail: begemotina@hotmail.com*

В настоящей работе исследуются характеристики ледника Джанкуат (площадь, объем, толщина льда) при изменении двух переменных – температуры воздуха и осадков. В ходе численных экспериментов, длительностью 150 модельных лет, были получены равновесные конфигурации ледника. Была подтверждена высокая чувствительность ледника к повышению температуры и несколько меньшая – к сокращению общего количества осадков. Катастрофическая деградация ледника наступает при повышении температуры воздуха к концу столетия на 3°C, при этом дополнительное сокращение осадков на 20% не будет играть существенной роли. Сопоставимые последствия, вызванные ростом температуры, можно ожидать для всего горного оледенения Кавказа. Деградация горного оледенения будет причиной снижения доли ледникового стока в его общем объеме, и, как следствие этого, изменения регионального гидрологического режима.

**Ключевые слова:** климат, горный ледник, математическая модель, численный эксперимент, баланс массы, моренный чехол, ледниковый сток.

Поступила в редакцию: 21.08.2018.

**Введение.** Настоящая работа продолжает серию исследований, посвященных различным аспектам динамики ледника Джанкуат на Центральном Кавказе [1–3]. Леднику Джанкуат, который рассматривался в качестве опорного (т.е. типичного в различных смыслах этого термина) для данного региона, были посвящены десятки статей на протяжении последних сорока лет, однако лишь в единицах рассматривались вопросы моделирования процессов внешнего энергообмена ледника [4, 5]. Между тем, повсеместная (за редким исключением) деградация горного оледенения по всей планете [6], которое охватило и Большой Кавказ [7], выводит на первый план задачу прогноза состояния ледников в условиях изменения температуры воздуха и режима осадков. Проекция будущих климатических изменений строятся на основе расчетов на моделях общей циркуляции атмосферы и океана (МОЦА), которые в последние годы эволюционируют в модели Земной системы, вклю-

чающие блоки описания процессов в биосфере, криосфере и др. [8]. Проблема заключается в том, что пространственные масштабы, которые используются в моделях климата, несопоставимо велики по сравнению с масштабом горного ледника. Для преодоления этого препятствия используются различные методы даунскейлинга [9]. Сами модели горных ледников бурно развивались на протяжении последнего одного-двух десятилетий. Тем не менее, до настоящего времени полноценное трехмерное динамическое моделирование, имеющее целью долгосрочный прогноз или историческую реконструкцию, не получило широкого развития, по всей видимости, в силу достаточно высокой трудоемкости и затратности с точки зрения вычислительных ресурсов. В качестве примера можно привести работы [10, 11] или более близкие к настоящему исследованию по типу модели и постановке численных экспериментов работы [12, 13].

Альтернативой привязке прогностических исследований к постепенным изменениям климата в численных экспериментах по его моделированию является использование простых схематических сценариев, как, например, в [5, 13]. Их суть состоит в мгновенном изменении того или иного компонента климатического форсинга. В настоящей работе исследуются равновесные состояния ледника Джанкуат при изменении двух переменных – температуры воздуха и осадков.

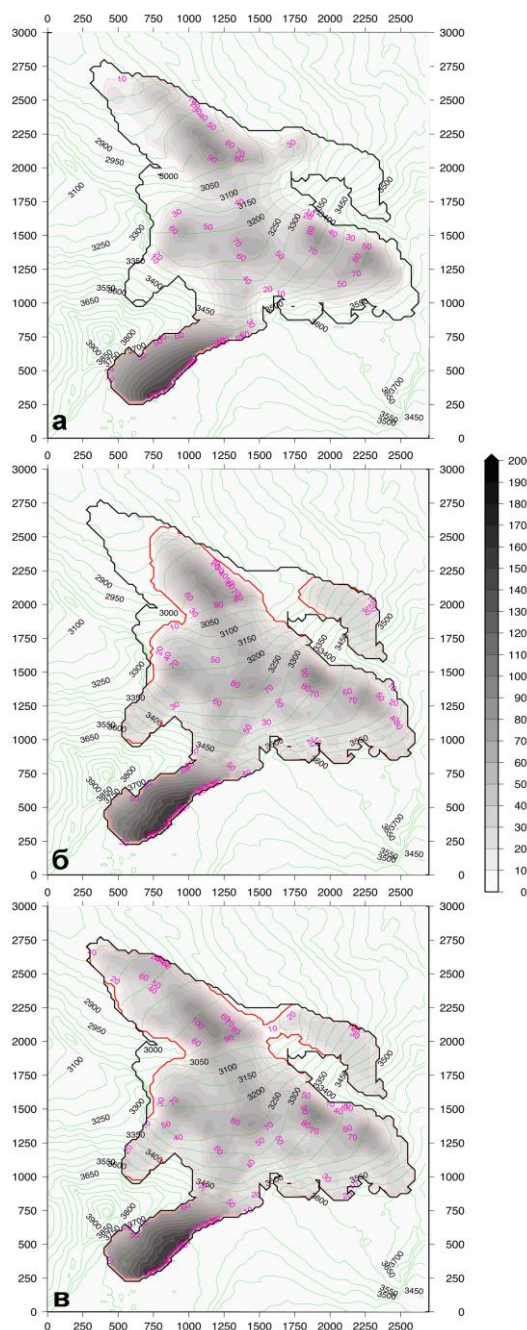
**Краткое описание модели и исходных данных.** Используемая математическая модель, ее архитектура, система уравнений и численные методы решения были достаточно подробно рассмотрены в ранних работах. В связи с этим ниже мы ограничиваемся кратким ее описанием с соответствующими ссылками на источники. Структура модели, разобранная в [14], не претерпела значительных изменений. В основе динамического блока, отвечающего за расчет скорости течения льда [15], лежит приближение так называемого «неполного второго порядка» [16] – это своего рода компромисс между решением полной системы уравнений Стокса, включающей все виды напряжений, и «приближением мелкого льда», которое ограничивается только напряжениями сдвига в вертикальной плоскости. Алгоритмы масс-балансового блока основаны на подсчете энергии, доступной для таяния в бесконечно тонком поверхностном слое [17], без учета теплообмена с нижележащими слоями. Теплообмен замороженных областей (покрытых слоем поверхностной морены – моренным чехлом) с атмосферой и с подстилающей поверхностью льда рассчитывается путем решения одномерного уравнения теплопроводности [3] в соответствии с алгоритмами, изложенными в [18], и с учетом теплофизических свойств материала, слагающего моренный чехол, которые характерны именно для ледника Джанкуат [19]. Толщина моренного слоя и распределение его по поверхности ледника соответствуют состоянию на 2010 г. [20]. В качестве климатического форсинга использовались ряды срочных наблюдений

за приземной температурой воздуха на сетевой метеостанции Терскол и осадков на станции Местиа. Температура воздуха приводилась методом линейной регрессии к высоте 3100 м, на которой в течение нескольких летних сезонов функционировала автоматическая метеостанция [2]. Пересчет рядов осадков в ряды зимнего баланса массы производился с учетом особенностей циркуляции атмосферы, которые приводят к существенному увеличению количества осадков на леднике Джанкуат по сравнению с наблюдаемым на ближайших сетевых метеостанциях [21], а также с учетом вертикального градиента осадков и лавинного питания [22]. Полученные таким образом данные осреднялись за балансовое десятилетие с 01 октября 1999 г. по 30 сентября 2009 г.

Поле толщины льда в узлах пространственной сетки с шагом 25 м построено на основе данных радиозондирования [23], за исключением области в верхней части ледника – Джантуганского фирнового плато (высотноморфологическая зона XIII на рис. 1 в [2]). В этой области прямых измерений толщины льда не проводилось за исключением единственной точки, расположенной вблизи границы с зоной X, а оценивание этой характеристики производилось косвенными методами [24]. Верхняя граница ледника, проходящая по Джантуганскому плато, проведена на основе полевых исследований 1980-х годов и сопоставления разновременных крупномасштабных топографических карт. Плато является областью питания как для Джанкуата, так и для крупнейшего в Грузии ледника Лекзыр. Линия ледораздела (граница между двумя ледниками) меняет свое положение вследствие постоянных незначительных локальных изменений высоты относительно плоской поверхности плато [25, 26], а труднодоступность области и ее пограничное положение делают регулярный мониторинг практически неосуществимым. Тем не менее, положение границы ледосбора Джанкуата тщательно выверялось и проверялось с позиций полного (внешнего и внутреннего) массообмена.

**Таблица 1.** Перечень численных экспериментов и значения ключевых факторов форсинга (МЧ – включение моренного чехла,  $\Delta T$  – скачок температуры,  $\Delta P$  – фактор изменения сумм осадков)

	Эксп1	Эксп2	Эксп3	Эксп4	Эксп5	Эксп6	Эксп7	Эксп8	Эксп9	Эксп10	Эксп11
МЧ	Нет	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да
$\Delta T$	0	0	1	2	3	0	0	3	3	3	3
$\Delta P$	1	1	1	1	1	0,8	0,5	1,2	1,5	0,8	0,5



**Рис. 1.** Конфигурация и толщина льда ледника Джанкуат: а – реконструкция по данным инструментальных наблюдений и косвенных оценок, б, в – расчетные величины, полученные в численных экспериментах 1 и 2. Боковая оцифровка – в метрах от условной нулевой точки. На цветовой шкале справа – толщина льда (м). Серыми линиями показаны изолинии высоты (м над у.м.)

**Постановка численных экспериментов.** В ходе одиннадцати численных экспериментов, длительностью 150 модельных лет (табл. 1), исследовалась реакция ледника на внешнее климатическое воздействие. Каждому из них предшествовал предварительный эксперимент, продолжительностью 30 модельных лет, в течение которого достигалось равновесное состояние ледника и современного климата без изменения топографии: устанавливалось стационарное распределение снежного покрова и зависящих от него полей альбедо и компонентов поверхностного баланса массы. Первые два эксперимента (Эксп1 и Эксп2) были выполнены для средних за балансовое десятилетие среднесуточной температуры воздуха и суточных сумм осадков (условный современный климат). Обратим внимание на различие в постановке экспериментов 1 и 2: в Эксп1 из расчетов исключен теплообмен моренного чехла с атмосферой и нижележащим слоем льда. Моренный чехол, который на Джанкуате играет значительную экранирующую роль [3], учитывается в расчетах поверхностного таяния в Эксп2 (и всех последующих).

В Эксп3-5 и 8-11 значения температуры воздуха в начале каждого эксперимента увеличиваются на  $\Delta T=1-3^{\circ}\text{C}$ . Изменение сумм осадков имитируется умножением исходных сумм на значения, указанные в табл. 1. В Эксп8-11 к увеличенным суммам осадков добавлен рост температуры воздуха. Естественно, мгновенное увеличение или уменьшение значений ключевых климатических переменных не вполне отражает реальные климатические изменения, однако, полученные в ходе численных экспериментов финальные значения площади и объема ледника дают представление о том, к какому равновесному состоянию придет в конечном счете ледник при том или ином внешнем воздействии и каково при этом характерное время реакции ледника

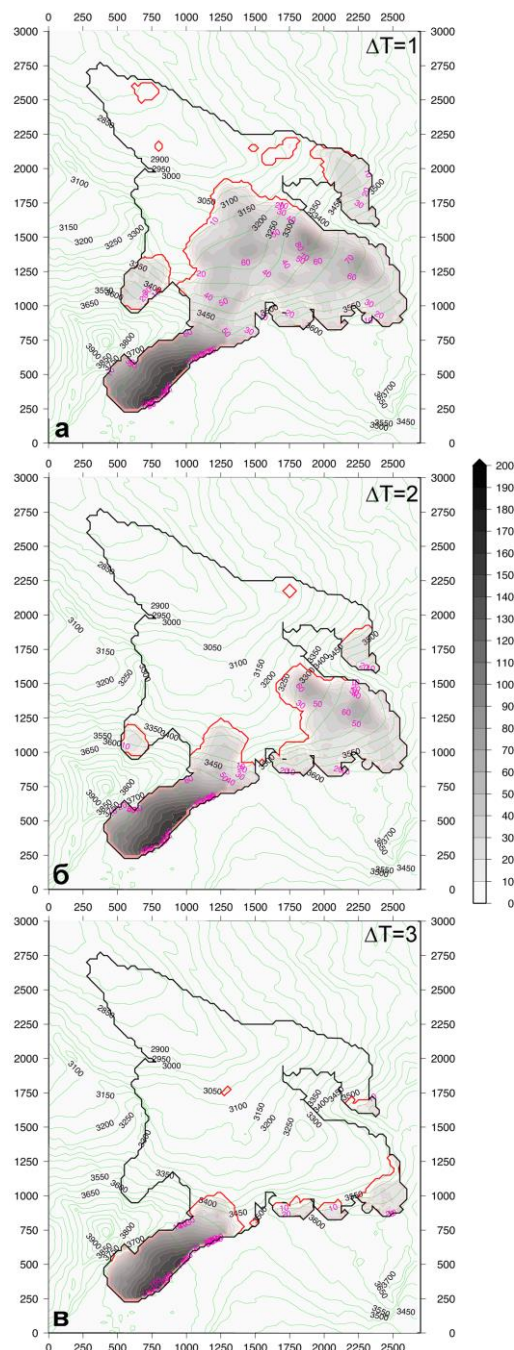
**Таблица 2.** Изменение площади  $\Delta S$  и объема  $\Delta V$  после 150 модельных лет интегрирования, нормированные на соответствующие значения в контрольном эксперименте (Эксп2)

	Эксп1	Эксп2	Эксп3	Эксп4	Эксп5	Эксп6	Эксп7	Эксп8	Эксп9	Эксп10	Эксп11
$\Delta S$	0,91	1	0,71	0,43	0,26	0,62	0,22	0,42	0,72	0,23	0,22
$\Delta V$	0,91	1	0,62	0,38	0,23	0,52	0,21	0,36	0,65	0,20	0,14

на внешнее воздействие. Разумеется, для того чтобы рассчитать характеристики ледника к какому-то определенному сроку, скажем к 2100 г., необходимо задавать эволюционирующий во времени форсинг, тогда можно будет отследить изменение во времени площади, объема, ледникового стока и т.д.

**Результаты экспериментов и их обсуждение.** Экранирующая роль моренного чехла в эволюции ледника очевидна (рис. 1б и 1в). В случае, когда моренный чехол не учитывается в теплообменных процессах (рис. 1б), даже в условиях современного режима температуры и осадков ледник теряет значительную часть языка с отступанием фронта на несколько сот метров. В случае, если моренный чехол принимается во внимание, то отклонения от современных очертаний ледника (рис. 1а) минимальны. Положение фронта в модельной конфигурации совпадает с современной измеренной. Незначительные отступления от современных очертаний наблюдаются в средней части ледника, где инструментальных измерений толщины льда не проводилось, и, не исключено, что расчетные значения ниже реальных. Сокращение площади относительно первоначальной не превышает 3%. Поскольку в Эксп2 была удовлетворительно воспроизведена современная конфигурация ледника, то он был выбран в качестве контрольного. Все значения равновесных значений объема и площади в конце 150-летних численных экспериментов (табл. 2) даны в относительных величинах (нормированных на аналогичные значения в Эксп2).

Температура воздуха определяет скорость поверхностного таяния (в том числе и подморенного), а также соотношение между жидкими и твердыми осадками в общей их сумме. Таким образом, даже при неизменном количестве осадков при росте температуры воздуха снижается доля снега в общей сумме выпавших осадков, что негативно сказывается



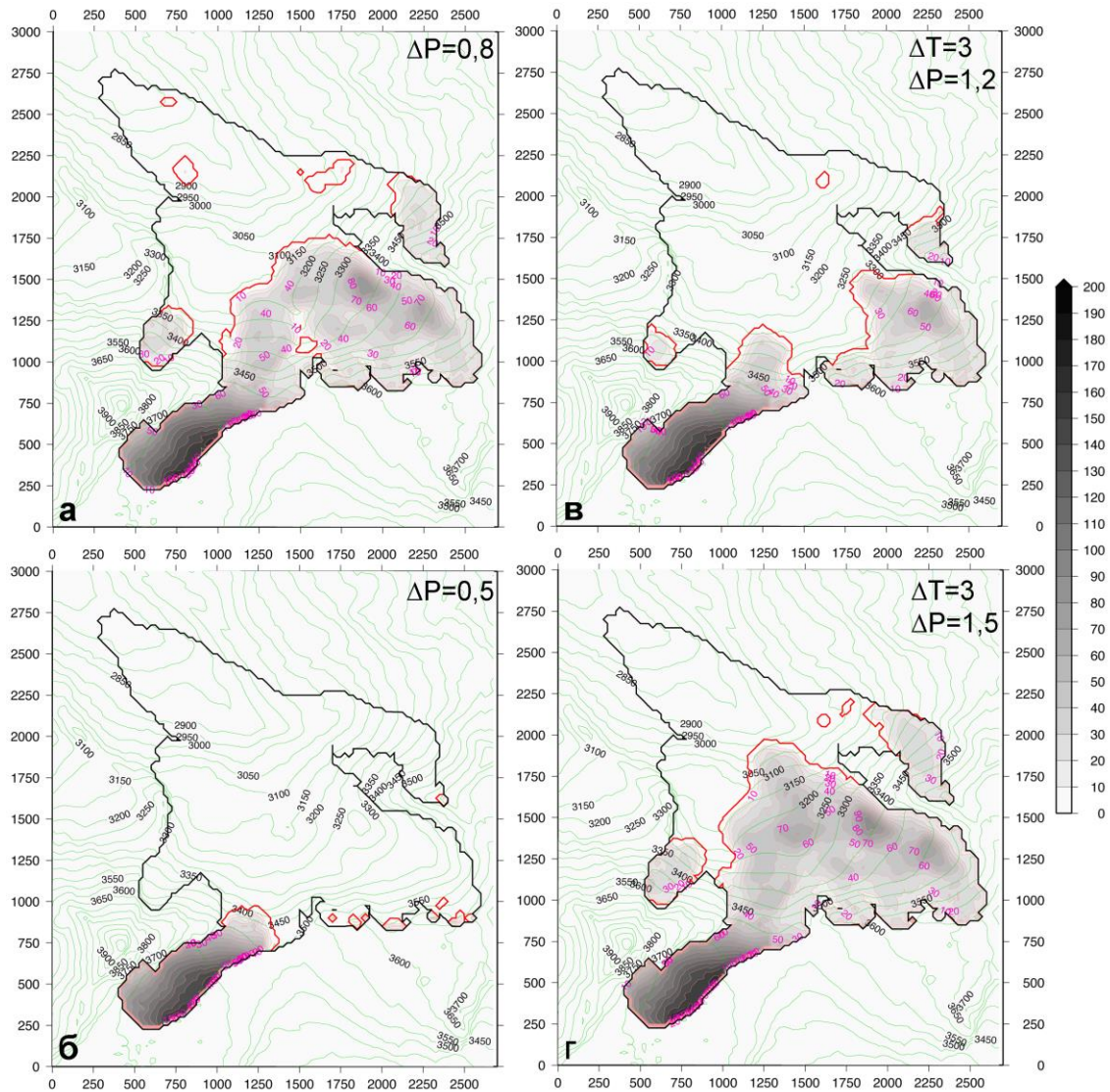
**Рис. 2.** Конфигурация и толщина льда ледника Джанкуат, полученные в численных экспериментах 3 (а), 4 (б) и 5 (в). Остальные обозначения, как на рис. 1

на поверхностном балансе массы. При повышении температуры на 1°C происходит отступление фронта ледника до высотной отметки около 3020 м над



уровнем моря, что почти на 300 м выше современного положения, и намного выше области, покрытой моренным чехлом (рис. 2а) – здесь сохраняются лишь небольшие по площади и толщине льда участки. Тенденция к отступанию, естественно, продолжается при дальнейшем росте температуры: при значениях  $\Delta T=2^{\circ}\text{C}$  (рис. 2б) ледник фактически распадается на два относительно больших блока (один из них на Джантуган-

ском плато) и два относительно малых в верхних участках правого и левого рукавов. При  $\Delta T=3^{\circ}\text{C}$  (рис. 2в) лед остается только на Джантуганском плато и на отдельных высокогорных участках. К аналогичным последствиям приводит сокращение осадков вдвое при  $\Delta T=0^{\circ}\text{C}$  (рис. 3б), между тем, как их сокращение на 20% приводит к последствиям аналогичным увеличению температуры на  $1^{\circ}\text{C}$  (рис. 3а).



**Рис. 3.** Конфигурация и толщина льда ледника Джанкуат, полученные в численных экспериментах 6 (а), 7 (б), 8 (в) и 9 (г). Остальные обозначения, как на рис. 1

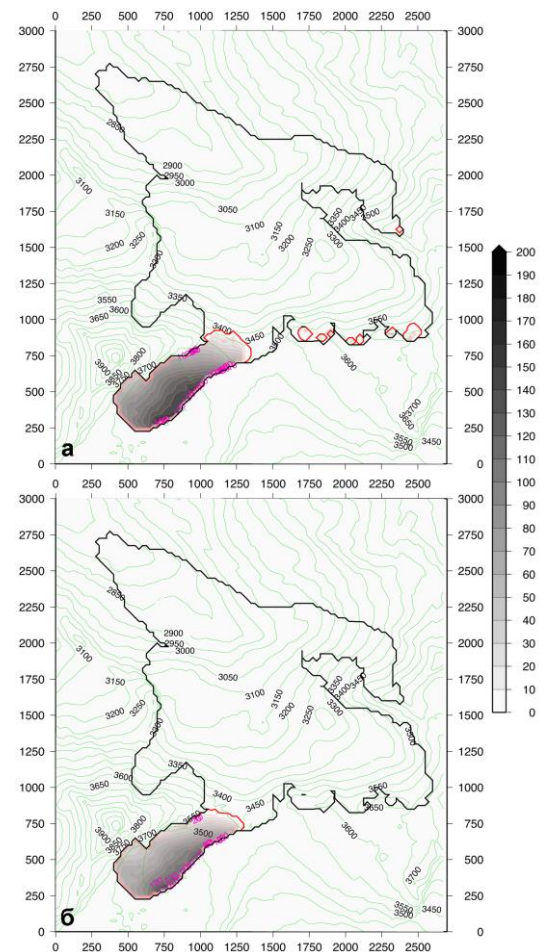
В соответствии с экстремальным климатическим сценарием RCP8.5, прогнозируемый рост среднегодовой температуры воздуха в районе ледника Джанкуат составит к концу текущего столетия

$3,4^{\circ}\text{C}$ , при этом в летние месяцы рост может составить  $4-5^{\circ}\text{C}$  [9]. До какой степени увеличение осадков может компенсировать увеличение температуры хотя бы на  $3^{\circ}\text{C}$ ? В Эксп8 и Эксп9 наряду с

увеличением температуры задавалось и увеличение осадков соответственно на 20% и на 50%. В итоге, финальные значения площади и объема ледника при увеличении температуры на 3°C и осадков на 20% сопоставимы с аналогичными показателями Эксп4 (табл. 2). Иначе говоря, рост осадков на 20% компенсирует увеличение температуры на 1°C. Сравнение Эксп9 и Эксп3 показывает, что рост осадков на 50% компенсирует увеличение температуры на 2°C. Исходя из того, что оба сценария роста осадков представляются малореалистичными, полученный результат носит скорее академический характер, позволяющий судить о чувствительности ледника к одновременному росту температуры и осадков.

Вместо увеличения осадков более вероятным представляется их сокращение в годовом исчислении на 9% [9]. При этом сокращаться будут, в основном, осадки теплого периода, которые практически не влияют на количество аккумулированной ледником воды. Учитывая, однако, что любые климатические проекции, особенно на десятилетия вперед, могут недооценивать сокращения осадков, нами были проведены два эксперимента с экстремальными изменениями температуры и осадков: наряду с ростом температуры на 3°C было задано сокращение осадков на 20% (Эксп10) и 50% (Эксп11). Для сравнения – в соответствии с результатами глобального климатического моделирования, среднегодовое сокращение осадков в последнем десятилетии 21-го века на Центральном Кавказе не превысит 9% [9]. В результате расчетов, единственной областью, где сохраняется лед, остается Джантуганское плато, расположенное выше отметки 3550 м над уровнем моря (не считая незначительных фрагментов у самых вершин – рис. 4а), толщина льда на самом плато уменьшается на несколько десятков метров по сравнению с первоначальным (рис. 4б). Финальная площадь оледенения в Эксп10 и Эксп11 практически одинакова, однако разница объемов составляет 6% именно за счет деградации Джантуганского плато. По всей видимости, скорость таяния в обоих экспериментах одинакова, границы

оставшихся фрагментов ледника регулируются изменившейся температурой, и поэтому практически совпадают, однако дополнительное снижение количества осадков имеет своим следствием также снижение поверхностного баланса массы и дальнейшее относительное уменьшение объема. Сокращение осадков на 20% не играет большой роли, если температура растет на 3°C (ср. Эксп5 и Эксп10): дополнительный эффект сокращения как площади, так и объема составляет 3%.



**Рис. 4.** Конфигурация и толщина льда ледника Джанкуат, полученные в численных экспериментах 10 (а) и 11 (в).  
Остальные обозначения, как на рис. 1

**Заключительные замечания.** В статье были рассмотрены результаты численных экспериментов, в которых были рассчитаны вероятные равновесные конфигурации ледника Джанкуат при различных значениях изменений температуры воздуха и осадков. При достаточно упрощенной постановке задачи была подтверждена высокая

чувствительность ледника к повышению температуры. Чувствительность к сокращению общего количества осадков не столь велика, однако комбинация прогнозируемого к концу столетия роста температуры и значительного уменьшения осадков (особенно в период снегонакопления) приведет к катастрофической деградации ледника. Поскольку Джанкуат является достаточно типичным ледником для своего региона, то, по всей видимости, аналогичных последствий можно ожидать и для всего горного оледенения Кавказа. Следствием этого будут изменения в гидрологическом режиме и снижение доли ледникового стока в его общем объеме.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rybak O.O., Rybak E.A.* Model-based calculations of surface mass balance of mountain glaciers for the purpose of water consumption planning: focus on Djankuat Glacier (Central Caucasus) // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2018. V. 107. doi:10.1088/1755-1315/107/1/012041.
2. *Рыбак О.О., Рыбак Е.А.* Применение данных сетевых метеорологических станций для расчета баланса массы ледников (на примере ледника Джанкуат, Центральный Кавказ) // Системы контроля окружающей среды. Севастополь: ИПТС. 2017. Вып. 9 (29). С. 100–108.
3. *Рыбак О.О., Рыбак Е.А., Корнева И.А.* Модельные расчеты подморенного таяния на леднике Джанкуат // Системы контроля окружающей среды. Севастополь: ИПТС. 2018. Вып. 12 (32). С. 86–92.
4. *Кунахович М.Г., Макаров А.В., Поповнин В.В.* Отклик ледника Джанкуат на ожидаемые изменения климата (по модели Эрлеманса) // Вестник Московского университета. Серия 5: География. 1996. № 1. С. 31–37.
5. *Рец Е.П., Фролова Н.Л., Поповнин В.В.* Моделирование таяния поверхности горного ледника // Лед и Снег. 2011. № 4. С. 116–24.
6. *Zemp M., Frey H., Gartmer-Roer I. et al.* Historically unprecedented global glacier decline in the early 21st century // Journal of Glaciology. 2015. V. 61. P. 745–762.
7. *Лурье П.М., Панов В.Д.* Изменение современного оледенения северного склона Большого Кавказа в XX в. и прогноз его деградации в XXI в. // Метеорология и гидрология. 2014. № 4. С. 68–76.
8. *Математическое моделирование Земной системы* / под ред. Н.Г. Яковлева. М.: Макс Пресс, 2016. 328 с.
9. *Морозова П.А., Рыбак О.О.* Регионализация данных глобального климатического моделирования для расчёта баланса массы горных ледников // Лед и Снег. 2017. Т. 57. № 4. С. 437–452. doi:10.15356/2076-6734-2017-4-437-452.
10. *Jouvet G., Huss M., Blatter H. et al.* Numerical simulation of Rhonegletscher from 1874 to 2100 // Journal of Computational Physics. 2009. V. 228. P. 6426–6439. doi: 10.1016/j.jcp.2009.05.033
11. *Jouvet G., Huss M., Funk M., Blatter H.* Modelling the retreat of Grosser Aletschgletscher, Switzerland, in a changing climate // Journal of Glaciology. 2011. V. 57. P. 1033–1045. doi: 10.3189/002214311798843359
12. *Zekollari H., Fürst J.J., Huybrechts P.* Modelling the evolution of Vadret da Morteratsch, Switzerland, since the Little Ice Age and into the future // Journal of Glaciology. 2014. V. 60. P. 1155–1168. doi: 10.3189/2014JoG14J053.
13. *Zekollari H., Huybrechts P.* On the climate–geometry imbalance, response time and volume–area scaling of an alpine glacier: insights from a 3-D flow model applied to Vadret da Morteratsch, Switzerland // Annals of Glaciology. 2015. V. 56. P. 51–62. doi: 10.3189/2015AoG70A921
14. *Рыбак О.О., Рыбак Е.А., Кутузов С.С. и др.* Калибровка математической модели динамики ледника Марух, Западный Кавказ // Лед и Снег. 2015. Т. 55. № 2. С. 9–20.
15. *Fürst J.J., Rybak O., Goelzer H. et al.* Improved convergence and stability properties in a three-dimensional higher-order ice sheet model // Geoscientific Model Development. 2011. V. 4. P. 1133–1149.
16. *Pattyn F.* A new three-dimensional higher-order thermomechanical ice sheet model: Basic sensitivity, ice stream development, and ice flow across

subglacial lakes // Journal of Geophysical Research. 2003. V. 108. doi:10.1029/2002JB002329.

17. *Nemec J., Huybrechts P., Rybak O., Oerlemans J.* Reconstruction of the surface mass balance of Morteratschgletscher since 1865 // Annals of Glaciology. 2009. V. 50. P. 126–134.

18. *Reid T.D., Brock B.W.* An energy-balance model for debris-covered glaciers including heat conduction through the debris layer // Journal of Glaciology. 2010. V. 56 (199). P. 903–916.

19. *Божинский А.Н., Красс М.С., Поповнин В.В.* Роль моренного чехла в теплофизике горных ледников // Материалы гляциологических исследований. 1985. Вып. 52. С. 31–46.

20. *Поповнин В.В., Резепкин А.А., Тиелидзе Л.Г.* Разрастание поверхностной морены на языке ледника Джанкуат за период прямого гляциологического мониторинга // Криосфера Земли. 2015. Т. 19. № 1. С. 89–98.

21. *Голубев Г.Н., Дюргеров М.Б., Маркин В.А. и др.* Ледник Джанкуат (Центральный Кавказ). Водно-ледовый и тепловой баланс горноледниковых бас-

сейнов. Л.: Гидрометеиздат, 1978. 183 с.

22. *Поповнин В.В., Пылаева Т.В.* Лавинное питание ледника Джанкуат // Лед и Снег. 2015. Т. 55. № 2. С. 21–32.

23. *Лаврентьев И.И., Кутузов С.С., Петраков Д.А. и др.* Толщина, объем льда и подледный рельеф ледника Джанкуат (Центральный Кавказ) // Лед и Снег. 2014. Т. 54. № 4. С. 7–19. doi: <http://dx.doi.org/10.15356/2076-6734-2014-4-7-19>.

24. *Пастухов В.Г.* Полный массообмен ледника Джанкуат. Дипломная работа. Москва: МГУ им. М.В. Ломоносова, географический факультет, кафедра криолитологии и гляциологии, 2011. 150 с.

25. *Алейников А.А., Золотарев Е.А., Поповнин В.В.* Распознавание ледораздела на переметных ледниковых комплексах (Джантуганское плато на Кавказе) // Вестник Московского университета. Серия 5: География. 2002. № 3. С. 36–43.

26. *Поповнин В.В.* Миграция ледораздела на Джантуганском фирновом плато // Материалы гляциологических исследований. 1995. № 79. С. 123–127.

## EQUILIBRIUM CONFIGURATIONS OF DJANKUAT GLACIER IN VARIOUS CLIMATIC CONDITIONS

**O.O. Rybak<sup>1,2</sup>, E.A. Rybak<sup>1,2</sup>, I.A. Korneva<sup>2,3</sup>, P.A. Morozova<sup>4</sup>, V.V. Popovnin<sup>5</sup>**

<sup>1</sup>Sochi Research Center of RAS, Sochi

<sup>2</sup>Branch of Institute of Natural and Technical Systems, Sochi

<sup>3</sup>Institute of Global Climate and Ecology of Roshydromet and RAS, Moscow

<sup>4</sup>Institute of Geography of RAS, Moscow

<sup>5</sup>Lomonosov Moscow State University

In this study, we investigate characteristics of Djankuat Glacier (area, volume, ice thickness) after change of two variables – air temperature and precipitation. As a result of 150-year numerical experiments, various equilibrium configurations of the glacier were obtained. High sensitivity of the glacier to temperature rise was confirmed, though lower sensitivity to precipitation decrease was established. Catastrophical degradation of the glacier is expected by the end of the century after temperature rise by 3°C. Additional precipitation decrease by 20% will not play any significant role. Similar consequences of the temperature growth must be expected for the whole mountain glaciation of the Caucasus. Degradation of glaciation will cause decrease of glacial run off contribution to the total run off, and, therefore, will affect hydrological regime in the region.

**Keywords:** climate, mountain glacier, mathematical model, numerical experiment, mass balance, debris, glacial run-off