

20.1
Э 40



Российский фонд фундаментальных исследований
Южный федеральный университет
Научно-исследовательский институт механики
и прикладной математики им. Воровича ИИ.
Российская академия наук
Южный научный центр
Институт аридных зон

ЭКОЛОГИЯ ЭКОНОМИКА ИНФОРМАТИКА

САМЭС

Ростов-на-Дону
2013

моделировании атмосферных процессов // Труды ЗапСибНИИ. – 1982. – Вып. 55. – С. 3–20.

5. Пененко В.В. Численные схемы для адвективно-диффузионных уравнений с использованием локальных сопряженных задач // Новосибирск. 1993. (Препринт / РАН, Сиб. отд-ние, ВЦ, 984. – С. 1–50.)
6. Пененко В.В., Алоян А.Е. Модели и методы для задач охраны окружающей среды – Новосибирск: Наука, 1985. – 256 с.
7. Алоян А.Е., Фалейчик А.А., Фалейчик Л.М. Алгоритм численного решения метеорологических задач в случае криволинейной области // Математические методы рационального природопользования. – Новосибирск: Наука, Сиб. отд-е, 1989. – С. 14 – 35.
8. Фалейчик Л.М. Геоинформационное обеспечение численного моделирования локальных атмосферных процессов // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. – 2012. – Т. 10. – № 2. – С. 14-24.

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ЛЕДНИКА МАРУХ (ЗАПАДНЫЙ КАВКАЗ)

Рыбак Е.А.,

Институт природно-технических систем РАН, г. Сочи,

elena.rybak@gmail.com,

Рыбак О.О.,

Сочинский научно-исследовательский центр РАН, г. Сочи

В настоящей работе представлены результаты тестирования математической модели динамики горного ледника Марух. Бассейн ледника Марух занимает в пределах России крайне западное «океаническое» положение в умеренной широтной полосе [1]. Бассейн типичен для Западного Кавказа как по меридианному положению, так и по размерам, степени оледенения, морфологии бассейна и ледника. В настоящей работе используются данные измерений начала 2000-х годов: профили радиозондирования толщи льда и GPS измерения высоты его поверхности на этих же профилях.

Модель состоит из двух блоков – динамического и баланса массы. Предварительно восстанавливается поле толщины льда на основе известной топографии поверхности и данных измерений толщины льда в отдельных точках или профилях. Метод расчета толщины льда сходен с

описанным в [3]. Для того, чтобы определить толщину льда вдоль оси течения ледника, используется приближение пластического течения. Напряжения, приложенные к идеально пластическому льду не вызывают деформаций до тех пор, пока не достигнуто определенное пороговое значение σ_0 . Последнее можно приближенно считать функцией плотности льда ρ_i , ускорения свободного падения g , толщины льда вдоль оси течения H_β и градиента поверхности ∇s :

$$\sigma_0 = \rho_i g H_\beta \nabla s. \quad (1)$$

Градиент поверхности ледника вычисляется по формуле

$$|\nabla s| = \left[\left(\frac{s_{i+1,j} - s_{i-1,j}}{2\Delta x} \right)^2 + \left(\frac{s_{i,j+1} - s_{i,j-1}}{2\Delta y} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (2)$$

где Δx и Δy – шаги пространственной сетки i и j – номера узлов сетки по координатным осям.

Алгоритм расчета толщины льда сводится к следующим шагам:

1. Производится расчет поля градиентов поверхности (2);
2. Производится расчет порогового значения напряжения в точках с известной толщиной льда вдоль оси течения (1);
3. Определяются все возможные координаты узлов сетки на осевой линии течения. Для этих целей рассчитывается лапласиан L_y расстояний d_y от заданного узла до окраины ледника

$$L_y = \frac{1}{4} [d_{i+1,j} + d_{i-1,j} + d_{i,j+1} + d_{i,j-1}] - d_y. \quad (3)$$

Значения L_y ниже порогового значения соответствуют положению осевой линии потока.

4. Путем интерполяции находят значения порогового напряжения σ_0 во всех узлах сетки вдоль осевой линии течения;
5. Рассчитывается значение толщины льда в определенных ранее точках вдоль центральной оси течения:

$$H_\beta = \frac{\sigma_0}{\rho_i g \nabla s}. \quad (4)$$

6. Находятся кратчайшие расстояния от каждой точки на центральной оси течения до ближайшей точки на границе (серия профилей 1).
7. Рассчитываются значения толщины льда в каждом узле сетки на кратчайшей линии, соединяющей центральную ось течения с окраиной ледника. H_i рассчитываются обратно пропорционально квадрату расстояния от оси с заданной дискретностью

$$H_i = H_\beta - (H_\beta - H_m) \left(\frac{d_i}{d} \right)^2, \quad (5)$$

где H_m - толщина льда на окраине, d_i - расстояние между точкой (узлом сетки) на оси течения и точкой (узлом сетки) в которую экстраполируется толщина льда, d - расстояние между центральной осью течения и боковой окраиной ледника.

8. Находится кратчайшее расстояние от каждой пограничной точки до ближайшей точки на центральной оси течения (серия профилей 2) и значения толщины льда на них;

9. Толщина льда H рассчитывается во всех узлах области занятой льдом методом билинейной интерполяции.

10. Производится пространственное сглаживание для подавления ошибок интерполяции.

Расчеты ведутся в области размером 3900x1800 м и ориентированной в северо-западном направлении (рисунок 1).

Компоненты поля скорости течения u и v определяются из системы нелинейных эллиптических уравнений:

$$\begin{aligned} 4 \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= \rho, g \frac{\partial s}{\partial x} \\ 4 \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= \rho, g \frac{\partial s}{\partial y} \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\eta = \frac{1}{2} A(T^*)^{-1/n} \times \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{(1-n)/2n} \quad (7)$$

- эффективная вязкость, $A(T^*)$ - реологическая функция, $s = b + H$ - высота поверхности ледника, b - высота подстилающей поверхности. Введем систему координат (x', y', ζ) , где $\zeta = (s - z)/H$, и операторы Ω и Ψ , такие что

$$\begin{aligned} \Omega(s, g, f) &\equiv \partial_s (g \cdot \partial_s f) \\ \Psi(s, t, g, f) &\equiv \partial_s (g \cdot \partial_t f) \end{aligned} \quad \text{если } s \neq t; s, t \in \{x', y', \zeta\}. \quad (8)$$

В этом случае (6) может быть переписано в виде, позволяющем построить эффективное численное решение [2, 4]. В настоящей версии модели применяется равномерная вертикальная дискретизация (11 слоев) и постоянная температура льда -1°C .

Ключевым уравнением, связывающим динамический блок и блок баланса массы, является уравнение сохранения массы (уравнение для

локальной толщины льда H). Баланс массы на поверхности ледника M_s входит в его правую часть:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{v}_h H) + M_s + M_b = -\nabla \cdot (D \nabla H) + M_s + M_b, \quad (9)$$

где t – время, \mathbf{v}_h – вектор осредненной по вертикали скорости течения, $-\nabla \cdot (\mathbf{v}_h H) = -D \nabla H$, D – сложный нелинейный комплекс, зависящий от толщины ледника и модуля градиента высоты его поверхности s , M_b – баланс массы на его нижней границе, равный скорости базального таяния (принята равной нулю в текущей версии модели). В уравнении (9) компоненты D – D_x и D_y , – можно выразить через компоненты скорости течения:

$$D_x = -uH \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^{-1}, \quad D_y = -vH \left(\frac{\partial s}{\partial y} \right)^{-1}. \quad (10)$$

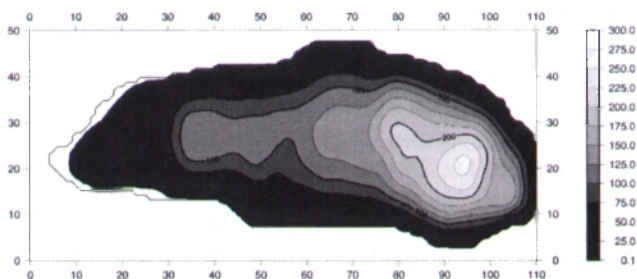


Рис. 1 – Толщина льда ледника Марух после пяти модельных лет интегрирования. Исходный контур ледника показан тонкой линией

На этапе тестирования и калибровки модели для расчета M_s используются метеоданные с ближайшей к леднику Марух метеорологической станции, которая находится на Клухорском перевале (2000 м над у.м.). Ежедневные данные (температура воздуха и количество осадков) 1959-2010 гг. Исходные данные были изменены следующим образом: от среднесуточной температуры отнято 4°C, а количество осадков увеличено на 50% (обработано П. Морозовой, ИГРАН). Был выбран один гидрологический год (1 ноября 2007 г. – 31 октября 2008 г.), в течение которого пропуски в данных отсутствуют. На основании этих данных с помощью процедуры, интегрированной в общий код модели, был рассчитан баланс массы на поверхности ледника Марух. Шаг по времени при интегрировании модели равнялся 0,05 года, общее время интегрирования составило 5 модельных лет. На протяжении этого времени одни и те же метеоданные вводились последовательно пять раз. В качестве приближенного решения на первом шаге при интегрировании используется

локальное приближение мелкого льда. На всех последующих шагах в качестве начального приближенного решения использовалось решение, полученное на предыдущем временном шаге. После пяти лет интегрирования толщина льда сокращается, преимущественно в области, расположенной близко к языку ледника, а язык ледника отступает на 1-4 узла (35-130 м) (рис. 1).

Работа выполнена по проекту 7.4 «Оценка проявления экстремальных природных процессов на Черноморском побережье Кавказа» Программы фундаментальных исследований Президиума РАН №4

Литература

1. Кренке А.Н., Меншутин В.М., Волошина А.П., Панов В.Д., Бажев А.Б., Бажева В.Я., Балаева В.А., Виноградов О.Н., Воронина Л.С., Гарелик И.С., Давидович Н.В., Дубинская Н.В., Мачерет Ю.А., Моисеева Г.П., Псарева Т.В., Тюлина Т.Ю., Фрейдлин В.С., Хмелевской И.Ф., Чернова Л.П., Шадрин О.В. Ледник Марух (Западный Кавказ). Л.: Гидрометеиздат, 1988, 255 с.
2. Рыбак О.О., Рыбак Е.А. Алгоритм решения системы уравнений течения льда в трехмерной математической модели // Известия ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. 2010. №6. С. 117-122.
3. Farinotti D., Huss M., Bauder A., Funk M., Truffer M. A method to estimate the ice volume and ice-thickness distribution of alpine glaciers // Journal of Glaciology. 2009. V. 55. P. 422-430.
4. Fürst J.J., Rybak O., Goelzer H., De Smedt B., De Groen P., Huybrechts P. Improved convergence and stability properties in a three-dimensional higher-order ice sheet model // Geoscientific Model Development. 2011. V. 4. P. 1133-1149.
5. Hooke R. L. Principles of Glacier Mechanics. Cambridge: Cambridge University Press, 2005. 448 p.